$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$ donc f est continue en 1.

Conclusion : f est continue sur **R**.

b) * $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\dfrac{x+\log x}{x}-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{Logx}{x(x-1)}$

$= \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1}{x}\dfrac{Logx-Log1}{x-1} = 1.1 = 1$ car $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{Logx-Log1}{x-1} = Log'(1) = 1$

donc f est dérivable à droite en 1 et $f'_d(1) = 1$

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = 0 \Rightarrow f'_g(1) = 0$ on a : $f'_d(1) \neq f'_g(1)$

donc f n'est pas dérivable en 1.

2°/ a) f est dérivable sur $\mathbf{R}\setminus\{1\}$.

* $\forall x \in]-\infty,1[: f(x) = 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

* $\forall x \in]1,+\infty[: f(x) = \dfrac{x+Logx}{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(1+\frac{1}{x})x - x - Logx}{x^2}$

$f'(x) = \dfrac{1-Logx}{x^2}$ d'où $f'(x) = \begin{cases} 0 & si\ x<1 \\ \dfrac{1-Logx}{x^2} & si\ x>1 \end{cases}$

Le signe de $f'(x)$ sur $]1,+\infty[$ est celui de $1-Logx$; $1 - Logx \geq 0 \Leftrightarrow x \leq e$

x	$-\infty$		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	0		‖	+	0	-	
$f(x)$		↗	1	↗	$\frac{1+e}{e}$	↘	1

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+Logx}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 + \dfrac{Logx}{x} = 1$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{Logx}{x} = 0$